

## ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI W KLASIE TRZECIEJ TECHNIKUM PO SP

### I. WIELOMIANY

1. Stopień i współczynniki wielomianu, obliczanie wartości wielomianu
2. Działania na wielomianach – dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie (schemat Hornera)
3. Wzory skróconego mnożenia – dot. kwadratów i sześciątów
4. Rozkład wielomianu – wyłączanie przed nawias, grupowanie wyrazów i zastosowanie twierdzenia Bezouta
5. Pierwiastek wielomianu - zastosowanie twierdzenia Bezouta
6. Równania wielomianowe – w postaci iloczynowej
7. Równania wielomianowe – rozkład na czynniki co najwyżej drugiego stopnia

### II. FUNKCJA WYMIERNA

1. Wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$  i jej własności
2. Przesunięcie wykresu funkcji wymiernej  $f(x) = \frac{a}{x}$  i jej własności
3. Dziedzina funkcji wymiernej
4. Wyrażenia wymierne i działania na nich (dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie)
5. Równania wymierne, uwzględnianie założeń dla równań wymiernych
6. Równania i nierówności z bezwzględną wartością typu np.  $|x - 4| > 3$ ,  $|2x + 1| = 6$  .....

### III. TRYGNOMETRIA

1. Trójkąty prostokątne – zastosowanie twierdzenia Pitagorasa
2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
3. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych
4. Związki trygonometryczne tego samego kąta
5. Funkcje trygonometryczne kąta rozwartego
6. Pole trójkąta
7. Pole czworokąta

### IV. PLANIMETRIA

1. Podobieństwo wielokątów
2. Podobieństwo trójkątów – cechy podobieństwa
3. Twierdzenie Talesa z zastosowaniem
4. Kąty w okręgu – kąt wpisany i środkowy
5. Twierdzenie sinusów z zastosowaniem
6. Twierdzenie cosinusów z zastosowaniem

## „Naturalnie, że zdasz”.

### I. Wielomiany

**Zad. 1** Określ stopień i współczynniki wielomianu

a)  $W(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 - x + 10$

b)  $W(x) = x^2 - 1 + 3x^3 + 2x - x^5$

c)  $W(x) = 2x^3 + 4x - 4 + 5x^2$

d)  $W(x) = x^6 - x^4 + 3x - 2$

**Zad. 2** Oblicz wartość wielomianu  $W(x)$  dla  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  gdy

a)  $W(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$

b)  $W(x) = -8x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 4x - 5$

c)  $W(x) = x^5 - x^3 + 2x - 3$

**Zad. 3** Oblicz współczynniki  $a$  i  $b$  wielomianu  $W(x)$ , jeśli

a)  $W(x) = -2x^3 + 3x^2 + ax + b$  oraz  $W(0) = 5$  i  $W(1) = -3$

b)  $W(x) = ax^3 + x^2 + bx = 2$  oraz  $W(-3) = 11$   $W(2) = \frac{8}{3}$

**Zad. 4** Dane są wielomiany  $W(x) = 2x - 3$   $P(x) = x^2 - 4x + 2$   $G(x) = x^3 - 2x^2 + x - 4x$

Wyznacz wielomian  $K(x)$ , określ jego współczynniki i stopień gdy:

a)  $K(x) = [W(x)]^2 - P(x)$

b)  $K(x) = P(x) - 3G(x)$

c)  $K(x) = W(x) \cdot P(x)$

d)  $K(x) = G(x) - W(x) \cdot P(x)$

e)  $K(x) = P(x) \cdot W(x) - 3G(x)$

**Zad. 5** Wykonaj potęgowanie, zastosuj wzory skróconego mnożenia

a)  $(x + 4x)^2$  b)  $(3x - 1)^2$  c)  $(x + 2)^3$  d)  $(3 - x)^3$  e)  $(x + 3y)^3$  f)  $(1 - 2x)^3$  g)  $(2x + 3y)^3$

**Zad. 6** Zapisz w postaci sumy algebraicznej

a)  $(4 - x)(4 + x)$  b)  $(2x - 1)(2x + 1)$  c)  $(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$  d)  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

**Zad. 7** Wykonaj działania i uporządkuj wielomian

a)  $(x - 3)^2 + (x - 4)^3 =$

b)  $(2 + 3x)^3 - 3(x + 4)^2 - 2(x + 1)^3 =$

c)  $(x + 5)(x^2 - 5x + 25) + 2(x - 3)^3 - 3(x + 2)^2 =$

**Zad. 8** Wykonaj dzielenie wielomianów. Sprawdź otrzymany wynik

a)  $(x^3 + 7x^2 + 7x - 16) : (x + 4)$

- b)  $(x^3 - 4x^2 + x + 6) : (x - 2)$   
 c)  $(x^3 - 6x^2 - 9x + 14) : (x - 1)$   
 d)  $(2x^3 - 3x^2 - 3x + 2) : (x + 5)$

**Zad. 9** Rozłóż wielomian na czynniki, możliwie najniższego stopnia

- a)  $W(x) = (x^2 - 4)(x^3 - 9x)$   
 b)  $W(x) = 4x^5 + 7x^4 - 2x^3$   
 c)  $W(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2$   
 d)  $W(x) = x^4 + 27x$   
 e)  $W(x) = x^5 - 8x^2$   
 f)  $W(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 16x$   
 g)  $W(x) = x^3 + 3x^2 + 6x + 18$   
 h)  $W(x) = 2x^3 - 6x^2 + 5x - 15$

**Zad. 10** Rozwiąż równanie wielomianowe

- a)  $x^5 - 2x^4 - 15x^3 = 0$   
 b)  $x^3 - 10x^2 + 25x = 0$   
 c)  $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$   
 d)  $x^4 = 4x^3 + 5x^2$   
 e)  $x^3 + 3x^2 - 9x - 27 = 0$   
 f)  $2x^3 + 8x = 5x^2 + 20$

**Zad. 11** Liczba  $a$  jest pierwiastkiem wielomianu  $W$ . Wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu, gdy

- a)  $W(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$        $a = -4$   
 b)  $W(x) = x^3 + 2x^2 - 2x - 1$        $a = 1$   
 c)  $W(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$        $a = 3$

## II. Funkcje wymierne

**Zad. 1** Naszkicuj wykres funkcji i omów podstawowe własności (dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności)

- a)  $f(x) = \frac{2}{x}$     b)  $f(x) = \frac{-3}{x}$

**Zad. 2** Dla jakiej wartości współczynnika  $a$  punkt  $P$  należy do wykresu funkcji  $y = \frac{a}{x}$  gdy:

- a)  $P = (-1; 8)$     b)  $P = (4; -16)$     c)  $P = (-\frac{1}{7}; 2)$     d)  $P = (-5; -25)$

**Zad. 3** Naszkicuj wykres funkcji i podaj dziedzinę, zbiór wartości, równania asymptot

- a)  $f(x) = -\frac{1}{x} - 1$     b)  $f(x) = \frac{6}{x} + 3$     c)  $f(x) = \frac{1}{x-3}$     d)  $f(x) = \frac{4}{x+3} + 2$     e)  $f(x) = -\frac{2}{x-2} - 4$

**Zad. 4** Wykonaj działania; wynik zapisz jak najprościej i podaj założenia

- a)  $5 + \frac{x-6}{x+7} =$   
 b)  $(x^2 - 16) \div \frac{x+4}{x-3} =$

$$c) (3x^2 + x^3) \cdot \frac{x+1}{x^2} =$$

$$d) 4 + \frac{x-6}{x+7} =$$

$$e) (x^2 - 25) \div \frac{x+5}{x-3} =$$

$$f) (x^3 - 4x^2) \cdot \frac{x+2}{x^2} =$$

**Zad. 5** Określ dziedzinę funkcji i oblicz jej miejsca zerowe.

$$a) f(x) = \frac{x^2 - x}{2x^2 - x - 6}$$

$$b) f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 + x - 6}$$

**Zad. 6** Rozwiąż równania wymierne, pamiętaj o założeniach

$$a) \frac{6}{x-1} = 4$$

$$b) \frac{(x+1)(3x+6)}{x(2x+4)} = 0$$

$$c) \frac{x^2 - 16}{x^2 + 16} = 0$$

$$d) \frac{x-2}{x+3} = 2$$

$$e) \frac{x}{x-1} = \frac{x+2}{x}$$

$$f) 6x + 1 = \frac{2}{x}$$

**Zad. 7** Rozwiąż równanie/ nierówność z wartością bezwzględną

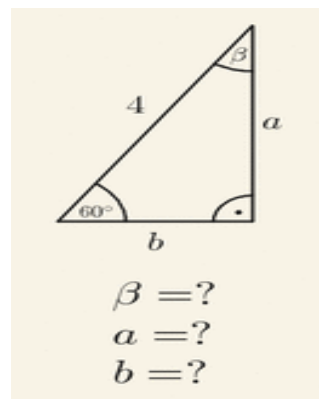
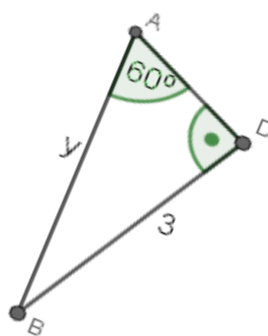
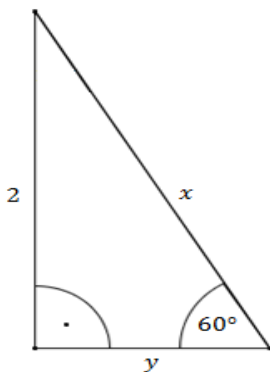
$$a) |5x - 3| = 2 \quad b) |2x - 4| + |x - 2| = 12 \quad c) |x + 6| = 2 \quad d) |3x - 5| = 0$$

$$d) |x - 2| < 3 \quad e) |x + 4| > 1 \quad f) |3x + 6| > 8 \quad g) \sqrt{(x - 3)^2} \geq 4$$

### III. Trygonometria

**Zad. 1** Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych trójkąta prostokątnego o bokach długości: a) 7, 24, 25 b)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{6}$ , 2

**Zad. 2** Rozwiąż trójkąt prostokątny



**Zad. 3** Dany jest trójkąt prostokątny ABC gdzie  $\sphericalangle C = 90^\circ$  oraz  $\sphericalangle B = 30^\circ$  i  $AB = 12$ . Oblicz długość boku AC i BC tego trójkąta.

**Zad. 4** W trójkącie ABC  $\cos \sphericalangle A = \frac{5}{6}$  i bok  $AB = 6\sqrt{3}$  oraz kąt prosty jest przy wierzchołku C. Oblicz długość boku AC i BC.

**Zad. 5** Oblicz wartość liczbową liczby i zapisz wynik jak najprościej( nie korzystaj z tablic)

a)  $\frac{\sin 30^\circ - 4 \cos 60^\circ}{\operatorname{tg}^2 60^\circ} - 6 \sin^2 60^\circ$

b)  $\operatorname{tg} 120^\circ - \cos 150^\circ$

c)  $\frac{\sin 30^\circ - 4 \cos 60^\circ}{\operatorname{tg}^2 30^\circ} - 4 \sin^2 45^\circ$

d)  $\cos 150^\circ - \operatorname{tg} 150^\circ$

e)  $\sin^2 120^\circ - \cos^2 135^\circ$

f)  $\sin^2 37^\circ + \sin^2 53^\circ$

g)  $2 - \sin^2 10^\circ - \cos^2 10^\circ$

h)  $\cos^2 81^\circ (1 + \operatorname{tg}^2 81^\circ)$

**Zad. 6** Wyznacz brakujące wartości funkcji trygonometrycznej kąta ostrego, gdy:

a)  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ,    b)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ ,    c)  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,    d)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,    e)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

**Zad. 7** Sprawdź, czy istnieje taki kąt ostry  $\alpha$ , że:

a)  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  i  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ ,

b)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$  i  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ ,

c)  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  i  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ,

d)  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$  i  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ .

**Zad. 8** Dany jest prostokąt o przekątnej długości 6 i kącie między przekątną a dłuższym bokiem  $30^\circ$ . Oblicz obwód tego prostokąta.

**Zad. 9** Oblicz pole trójkąta o bokach a i b oraz kącie zawartym między tymi bokami  $\alpha$ , gdy:

a)  $a = 12$  i  $b = 6$  oraz  $\alpha = 60^\circ$ ,

b)  $a = 24$  i  $b = 10$  oraz  $\alpha = 45^\circ$

c)  $a = 6$  i  $b = 12$  oraz  $\alpha = 120^\circ$

**Zad. 10** Oblicz pole równoległoboku o bokach 5 i 4 oraz kącie ostrym  $45^\circ$ .

**Zad. 11** Oblicz obwód trójkąta prostokątnego, którego przeciwprostokątna ma długość 10, a tangens jednego z kątów ostrych jest równy  $\frac{1}{2}$ .

**Zad. 12** Punkt  $P(-3; 3)$  leży na drugim ramieniu kąta  $\alpha$ . Przedstaw ten kąt w układzie współrzędnych i oblicz wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta.

**Zad. 13** Punkt  $P(-2; 4)$  leży na drugim ramieniu kąta  $\alpha$ . Przedstaw ten kąt w układzie współrzędnych i oblicz wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta.

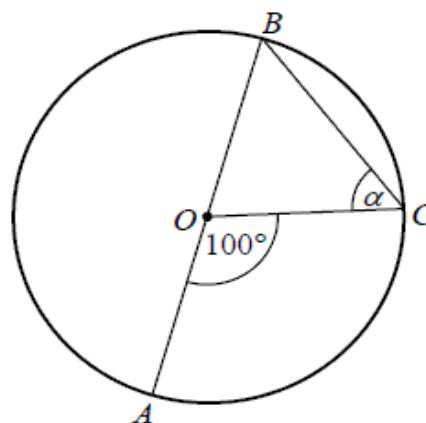
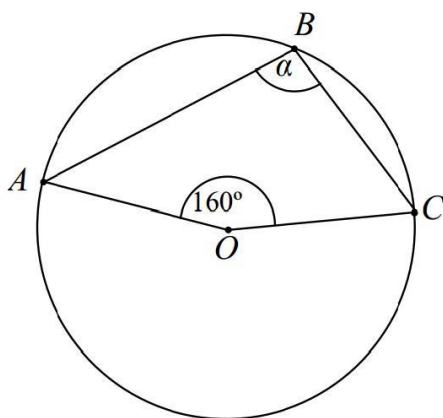
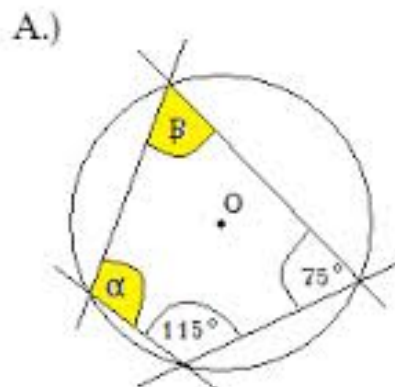
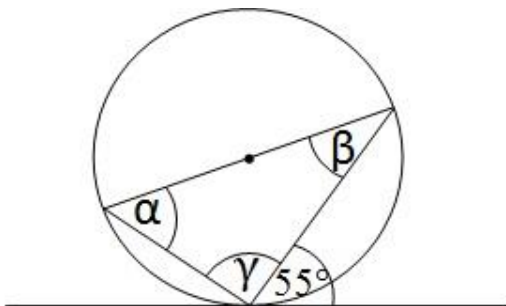
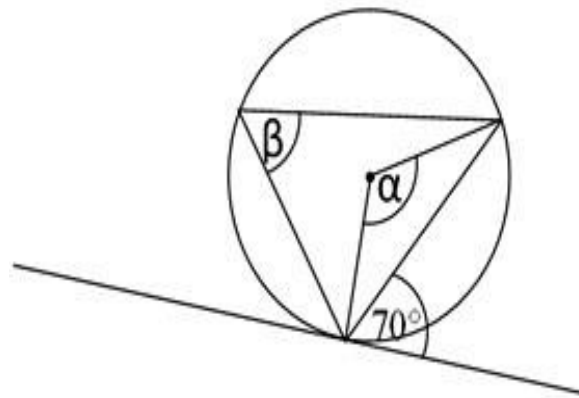
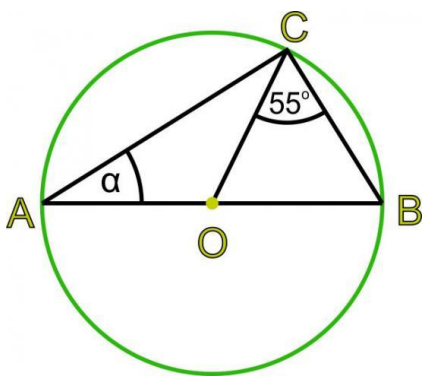
**Zad. 14** Oblicz pole i obwód trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa ma długość 4, a ramię długości 6 tworzy z dłuższą podstawą kąt  $30^\circ$ .

**Zad. 15** Oblicz pole rombu o boku 12 i kącie rozwartym  $135^\circ$ .

**Zad. 16** Pole trójkąta równobocznego wynosi  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ . Oblicz obwód tego trójkąta, jego wysokość oraz promień koła wpisanego w ten trójkąt.

#### IV. Planimetria

**Zad1.** Oblicz zaznaczone kąty:



**Zad2.** Czy trójkąt ABC jest podobny do trójkąta POR gdy:

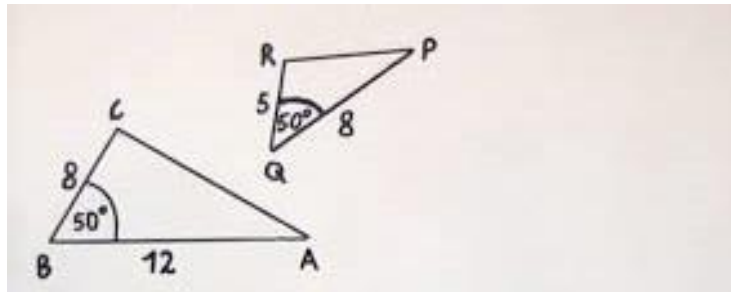
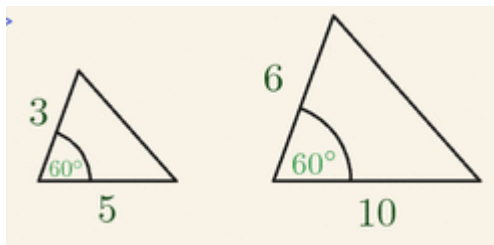
a)  $|AB| = 6, |PO| = 14,$   
 $|BC| = 12, |OR| = 24,$   
 $|AC| = 7, |PR| = 18,$

b)  $\sphericalangle A = 54^\circ, \sphericalangle P = 68^\circ,$   
 $\sphericalangle B = 68^\circ, \sphericalangle O = 58^\circ.$

**Zad3.** Sprawdź, czy trójkąty o podanych długościach boków są podobne. Jeżeli tak, to podaj skalę podobieństwa.

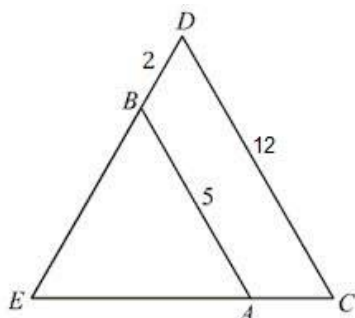
- a) 4, 6, 8 oraz 12, 9, 6,  
 b) 6, 9, 12 oraz 3, 2, 4,  
 c)  $\sqrt{3}, \sqrt{6}, 3$  oraz  $\sqrt{3}, \sqrt{2}, 1$

**Zad4.** Sprawdź czy trójkąty są podobne

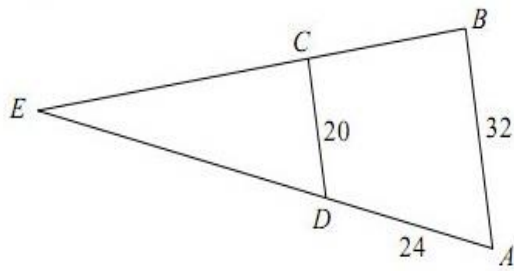


**Zad. 5** Wyznacz długość odcinka  $DE$  wiedząc, że:

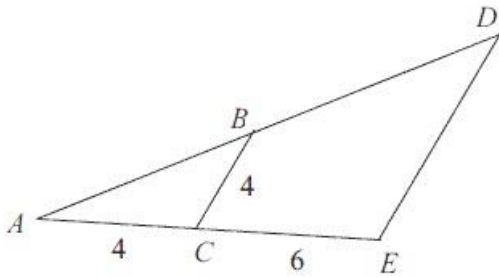
- a) odcinki  $AB \parallel CD$



- b) odcinki  $AB \parallel CD$



c) odcinki  $CB \parallel DE$



**Zad. 6** Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie ABC, gdy

a)  $a = 4$   $\alpha = 135^\circ$

b)  $c = 11$   $\alpha = \beta = 45^\circ$

c)  $b = 4$   $\beta = 120^\circ$

**Zad. 7** Rozwiąż trójkąt o danych bokach i kącie

a)  $a = 4$ ,  $b = 6$ ,  $\alpha = 30^\circ$

b)  $b = 11$ ,  $c = 12$ ,  $\beta = 60^\circ$

**Zad. 8** Oblicz długość trzeciego boku trójkąta ABC, gdy

a)  $a = 5$ ,  $b = 7$ ,  $\gamma = 60^\circ$

b)  $b = 3$ ,  $c = 2\sqrt{2}$ ,  $\alpha = 135^\circ$

**Zad. 9** Wyznacz miary kątów trójkąta ABC, gdy

a)  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$

b)  $a = 3$ ,  $b = 5$ ,  $c = 7$

**Zad. 10** Oblicz cosinus największego kąta i określ czy trójkąt ten jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny

a)  $a = 6$ ,  $b = 7$ ,  $c = 8$

b)  $a = 4$ ,  $b = 2\sqrt{3}$ ,  $c = 2$

c)  $a = 9$ ,  $b = 6$ ,  $c = 4$

**Zad. 11** Dane są długości dwóch sąsiednich boków równoległoboku oraz kąt  $\gamma$  zawarty między tymi bokami. Oblicz długości przekątnych tego równoległoboku, gdy

a)  $a = 2$ ,  $b = 4\sqrt{3}$ ,  $\gamma = 30^\circ$

b)  $a = 6$ ,  $b = 8$ ,  $\gamma = 120^\circ$