

ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI
W KLASIE II TECHNIKUM PO SZKOLE PODSTAWOWEJ

(podręcznik MATEMATyka klasa 1 i 2 odpowiednie działy)

I. Funkcja liniowa.

1. Funkcja liniowa jej własności i wykres.
2. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.
3. Równanie kierunkowe i ogólne prostej.
4. Układy równań liniowych – metoda algebraiczna i graficzna
5. Geometryczna interpretacja układów równań liniowych.
6. Wzajemne położenie dwóch prostych.
7. Warunek równoległości i prostokątności prostych.

II. Funkcja kwadratowa.

1. Funkcja kwadratowa i jej własności.
2. Postać kanoniczna, iloczynowa i ogólna – wyznaczanie poszczególnych postaci funkcji kwadratowej.
3. Przekształcanie wzoru funkcji kwadratowej do wskazanej postaci np. z kanonicznej do ogólnej/iloczynowej.
4. Wartości ekstremalne funkcji kwadratowej w podanym przedziale
5. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej.
6. Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej i odczytywanie z wykresu własności.
7. Rola współczynników a , Δ , q dla wykresu funkcji kwadratowej.
8. Równania kwadratowe pełne i niepełne.
9. Nierówności kwadratowe.
10. Równania prowadzące do równań kwadratowych np. dwukwadratowe

III. Wielomiany

1. Wielomian – jego stopień, współczynniki i wartość
2. Działania na wielomianach – dodawanie, odejmowanie, mnożenie. Wzory skróconego mnożenia – np. $(a + b)^2$; $(a + b)^3$; $(a - b)^3$; $a^3 - b^3$ i inne
3. Rozkład wielomianu na czynniki

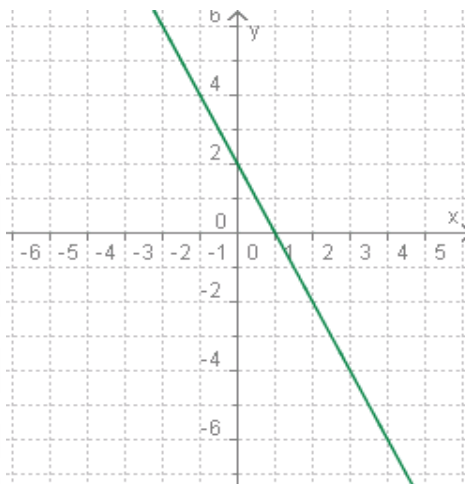
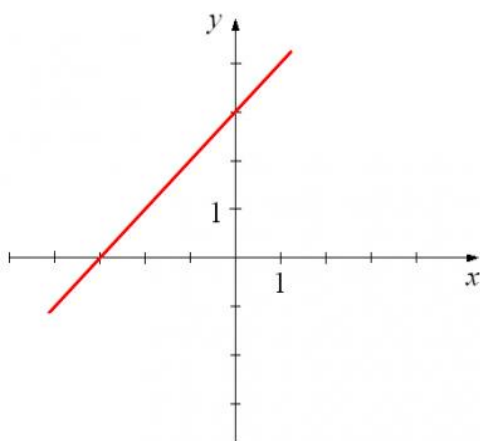
„Naturalnie, że zdasz”.

I. FUNKCJA LINIOWA.

Zad1. Narysuj wykres funkcji i opisz jej własności

a) $y = -2x + 1$, b) $y = \frac{2}{3}x + 6$, c) $y = \sqrt{2}x + \sqrt{2}$.

Zad2. Dany jest wykres funkcji liniowej, podaj jej wzór



Zad3. Dla jakich wartości m funkcja $f(x)$ jest rosnąca, malejąca oraz stała

a) $f(x) = (m - 2)x + 4$, b) $f(x) = (-2m + 4)x - m$,

c) $f(x) = \left(2\frac{1}{3}m - 7\right)x + 5\frac{1}{7}$, d) $f(x) = (\sqrt{3}m - 6)x$.

Zad4. Wyznacz miejsca zerowe funkcji liniowej

a) $f(x) = 5x - 6$, b) $f(x) = -0,75x + 15$, c) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 6$.

Zad5. Dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne)

a) $f(x) = -3x - 5$, b) $f(x) = -1,2x - 12$, c) $f(x) = \sqrt{3}x - 12$.

Zad6. Napisz wzór funkcji, której wykres jest równoległy (prostopadły) do wykresu funkcji $y = f(x)$ i przechodzący przez punkt P

a) $f(x) = 0,5x - 4$, $P(0, -1)$,

b) $f(x) = -0,2x + 2$, $P(5, 2)$,

c) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 8$, $P(1, \frac{1}{3})$

d) $f(x) = 3x - 2$, $P(-2; 3)$

e) $f(x) = 4x$, $P(1; 2)$

Zad7. Dla jakich wartości m wykresy funkcji są równoległe (prostopadłe)

a) $f(x) = (m - 1)x - 7$ i $g(x) = -3x + 2$,

b) $f(x) = 3(m - 2)x + 11$ i $g(x) = 6x + 1$.

Zad8. Wyznacz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych

a) $y = 3x - 9$, b) $2x - y - 2 = 0$, c) $x - 4y - 4 = 0$.

Zad9. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty w postaci kierunkowej i ogólnej

a) $(2, 4)$ i $(-5, 4)$, b) $(-2, \frac{1}{2})$ i $(3, -1)$, c) $(4, 0)$ i $(2, -2)$

Zad10. Sprawdź, czy dane punkty są współliniowe: $A(2,0)$ $B(1,2)$ $C(4,8)$.

Zad11. Dla jakich wartości m punkt A leży na prostej l

a) $l: y = 5x + 3$ i $A(m, 3m)$

b) $l: y = 7x - 1$ i $A(m + 1, 13)$

c) $l: y = -2x + 3$ i $A(m - 1; m + 1)$

Zad12. Rozwiąż układ metodą algebraiczną i graficzną

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ x + 2x = 14 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$

II. FUNKCJA KWADRATOWA.

Zad1. Dla jakich wartości a do wykresu funkcji $y = f(x)$ należy punkt P ?

a) $y = 3x^2$, $P(1, a - 2)$, b) $y = \frac{1}{2}x^2$, $P(-2, 3a + 1)$, c) $y = x^2$, $P(a + 1, 6a + 5)$.

Zad2. Sprowadź do postaci kanonicznej

a) $y = 2x^2 - x + 3$, b) $y = -x^2 + 4x + 5$, c) $y = 3(x + 4)(x - 1)$.

Zad3. Sprowadź do postaci ogólnej

a) $y = 2(x + 3)^2 - 4$, b) $y = -4(x - 2)^2 + 1$, c) $y = -3(x + 4)(x - 2)$.

Zad4. Podaj zbiór wartości funkcji, przedziały monotoniczności oraz równanie osi symetrii wykresu. Wykonaj wykres funkcji

a) $y = 3(x - 5)^2 + 2$, b) $y = -(x + 3)^2$, c) $y = 0,2(x - 2)^2 - 3$,
d) $y = -2x^2 - 3$ e) $y = (x + 1)(x - 3)$ f) $y = -x^2 - 7x - 10$

Zad5. Przedstaw podane funkcje w postaci iloczynowej (jeżeli istnieje)

a) $y = x^2 + 6x + 9$, b) $y = -3x^2 + 4x + 4$, c) $y = -x^2 + 2x - 3$.

Zad6. Wykresem funkcji kwadratowej $y = 0,5x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku $W(-4, -1)$. Wyznacz b i c.

Zad7. Rozwiąż równania:

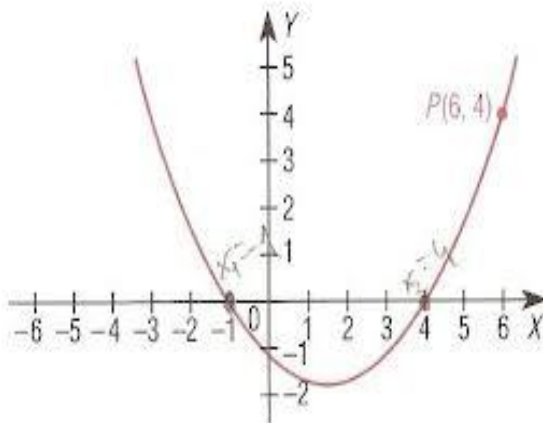
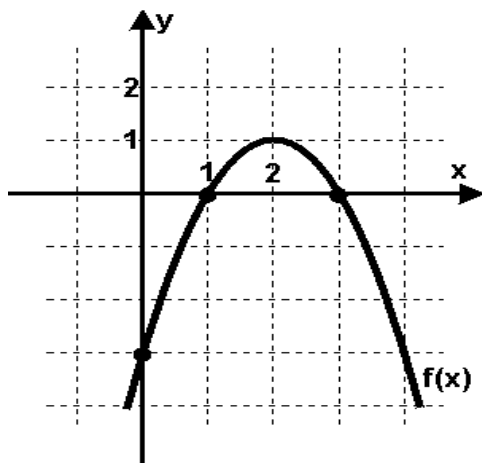
a) $x^2 + 8x + 7 = 0$, b) $6x^2 - 5x + 1 = 0$, c) $2x^2 + 4x = 0$, d) $4x^2 - 9 = 0$,
d) $-3(x + 4)(x - 5) = 0$, f) $4x^2 - 4x + 1 = 0$, g) $(3x - 2)^2 = 8(x + 1)^2 - 100$.

Zad8. Rozwiąż nierówność

a) $x^2 - 2x - 3 > 0$, b) $-x^2 + 10x - 25 \leq 0$, c) $-0,75x^2 + 3x \leq 0$, d) $x^2 > 9$,
e) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$ f) $(x + 1)(x - 2) \leq 0$ g) $(x + 3)^2 \geq 9$ h) $3x^2 \leq 12$
i) $x^2 - 8x + 16 \leq 0$ j) $2x^2 - 4x + 3 > 0$ k) $2x^2 - 3x \geq -1$

Zad11. Mając wykres funkcji kwadratowej, wyznacz jej wzór w postaci $y = ax^2 + bx + c$

a) b)



Zad 12. Rozwiąż równanie doprowadzając do równania kwadratowego

- a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ b) $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$ c) $x^4 - 16x^2 = 0$ d) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$
 f) $x^2 - 4|x| + 4 = 0$ f) $16x^4 - 1 = 8x^2$

Zad 13. Podaj wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej $y = f(x)$ w podanym przedziale

- a) $y = -x^2 + 4x$ w $\langle 0; 5 \rangle$ b) $y = x^2 - 2x - 1$ w $\langle -2; 0 \rangle$
 c) $y = 2x^2 + 5x - 4$ w $\langle -2; -1 \rangle$ d) $y = -3x^2 + 18x + 1$ w $\langle 1; 2 \rangle$

Zad 14. Wyznacz miejsca zerowe (jeżeli istnieją); współrzędne wierzchołka oraz współrzędne przecięcia wykresu funkcji kwadratowej $y = f(x)$ z osią OY a następnie naskicuj jej wykres, gdy:

- a) $y = 2x^2 - 3x - 2$ b) $y = -x^2 + x + 6$ c) $y = x^2 + 4x + 5$ d) $y = 4x^2 + 4x + 1$

III. Wielomiany

Zad1. Oblicz wartość wielomianu dla $x = 0$; $x = -2$; $x = \frac{1}{2}$; $x = 3$ gdy:

- a) $W(x) = 2x^3 - x^2 + x - 4$ b) $W(x) = -4x^4 + 2x^2 - 3x + 4$

Zad 2. Określ stopień i współczynniki wielomianu

a) $W(x) = -3x^5 + 2x^4 - 5x^3 + x^2 - x + 7$ b) $W(x) = -x^3 + x - 3$ c) $W(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 5$

Zad 3. Dane są wielomiany

$W(x) = 2x^2 - 3x + 5$ $P(x) = x^3 - x^2 + 6x + 7$ $G(x) = x + 5$

Wykonaj działania i określ współczynniki wielomianu $K(x)$ gdy:

a) $K(x) = W(x) + P(x) - G(x)$ b) $K(x) = 4G(x) - W(x) \cdot P(x)$

c) $K(x) = G^2(x) + W(x)$ d) $K(x) = W(x) \cdot G(x) + 2P(x)$

e) $K(x) = P(x) \cdot G(x) - W(x)$ f) $K(x) = P(x) - W(x) \cdot G(x)$

Zad 4. Wykonaj działania. Uporządkuj otrzymany wielomian i podaj jego wyraz wolny

a) $x(x^2 - 1) + 4(x^2 - 2)(x + 1)$ b) $(x + 3)^2 - 3(x + 1)^3 + 3x^3$

c) $(x - 1)(1 - x + x^2) + 2(x - 4)^2$ d) $(x^2 + 4)(2 - x)^2 - x(x + 4)$

Zad 5. Rozłóż wielomian $W(x)$ na czynniki możliwie najniższego stopnia

a) $W(x) = 18x^5 - 3x^4 + 6x^3$

b) $W(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2$

c) $W(x) = 2x^3 - 9x^2 - 5x$

d) $W(x) = -2x^7 + x^6 - x^5$

e) $W(x) = (x^2 - 4)(x^2 - 9x)$

f) $W(x) = 6x^5 - 6x^2$

g) $W(x) = x^3 + 3x^2 + 6x = 18$

h) $W(x) = 5x^3 + 15x^2 - x - 3$

i) $W(x) = 7x^3 + 2x^2 - 14x - 4$

j) $W(x) = x^3 + 4x^2 - 25x - 100$

Zad 6. Zapisz w postaci sumy algebraicznej i określ wartość wyrazu wolnego

a) $(x + 2y)^3$

b) $(3 - x)^3 + (2 + x)^3$

c) $(3x - 3y)^3$

d) $(x - 5)^3 + (x + 3)^3$

e) $(2x^2 + 2)^3 + (2x^2 - 3)^3$

f) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

g) $(x - 6)(x^2 + 6x + 36)$

h) $(x - 1)(x + 1)(x^4 + x^2 + 1)$

i) $(4x - 1)^2 + (x + 1)^3 - (x - 5)^3$

j) $(x + 6)^2 + (x - 3)(x + 3) - (x - 4)^3$