

ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI

W KLASIE I TECHNIKUM.

I. Zbiory i liczby.

1. Powtórzenie wiadomości o liczbach rzeczywistych.
2. Potęga o wykładniku całkowitym.
3. Wzory skróconego mnożenia.
4. Równania i nierówności liniowe.
5. Pierwiastki.
6. Obliczenia procentowe.

II. Planimetria i trygonometria.

1. Kąty i wielokąty na płaszczyźnie.
2. Kąty w kole.
3. Trójkąty podobne.
4. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego.
5. Związki trygonometryczne tego samego kąta.
6. Zastosowanie funkcji trygonometrycznych w planimetrii.

„Naturalnie, że zdasz”

I. LICZBY I ZBIORY.

Zad1. Znajdź liczbę przeciwną do liczby $\frac{(2\frac{1}{4}; \frac{3}{2})}{\frac{2}{5}; 0,3}$. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad2. Oblicz:

a) $2 - 2 \cdot (-2)^3 - 2^0$,

b) $4^{-3} \cdot (0,125)^{-3}$,

c) $(\frac{2}{3})^{-4} \cdot (\frac{3}{4})^{-4}$,

d) $2^0 \cdot 5^0 : (\frac{1}{13})^0$,

e) $\frac{2^0 + 2^{-2}}{(\frac{2}{3})^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + (\frac{1}{2})^{-2}} + \frac{3}{4}$.

Zad3. Uprość wyrażenie:

a) $\frac{(a^3)^2}{a} : (a^{-4})^2$,

b) $2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$,

c) $\frac{9^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{3}}$.

Zad4. Zaznacz na osi liczbowej liczbyx spełniające warunek:

a) $-3 < x \leq 6$,

b) $1 < x < 3$,

c) $0 < x < 4$.

Zad5. Zapisz za pomocą nierówności przedziały:

a) $(4; \infty)$,

b) $\langle -3; 7 \rangle$,

c) $\langle 4; 7 \rangle$,

d) $(-5, 4)$.

Zad6. Uprość wyrażenie:

a) $(x - 2) \cdot (x + 2) - (x + 1)^2 + (x - 3)^2 =$,

b) $(a - 1)(a + 1) + 2 \cdot (3a - 1) =$,

c) $5x - 3(4 - 2x)$,

d) $(4x - 5)^2 + (5 + 4x)^2$,

e) $3(9x + 2)^2$.

Zad7. Rozwiąż nierówność i jej rozwiązanie przedstaw na osi liczbowej i zapisz za pomocą przedziału

a) $\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{4} \leq -\frac{3}{2},$

b) $\frac{2-5x}{3} < \frac{5-3x}{2} - 1,$

c) $x - 2 \leq 3x + 4,$

d) $\frac{7x+2}{10} - \frac{2x+1}{5} < \frac{2}{3}.$

Zad8. Usuń niewymierność:

a) $\frac{4}{\sqrt{3}},$ b) $\frac{2}{5\sqrt{3}-1},$ c) $\frac{3+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}},$ d) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}},$

e) $\frac{-1}{\sqrt{17}},$ f) $\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}},$ g) $\frac{7}{\sqrt{2}-\sqrt{3}},$ h) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}},$

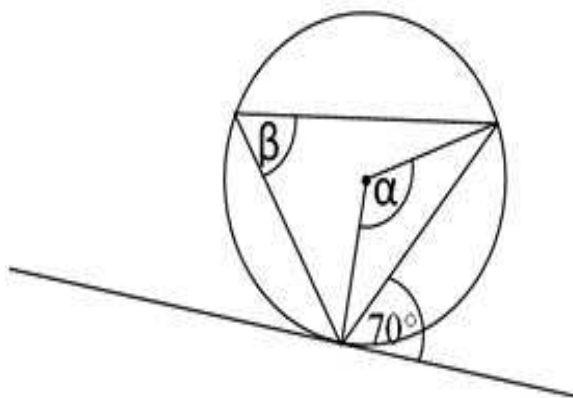
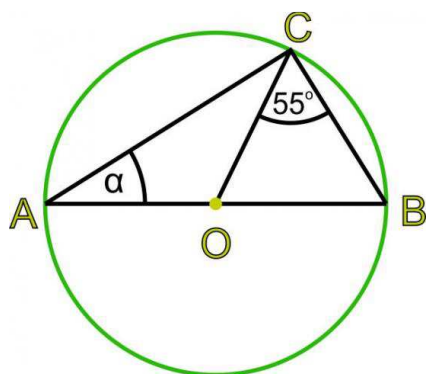
i) $\frac{9}{2\sqrt{6}},$ j) $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{7}},$ k) $\frac{-2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.$

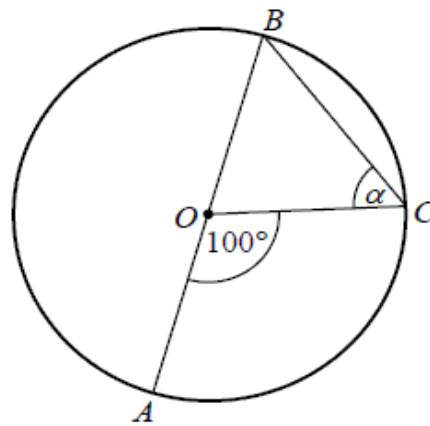
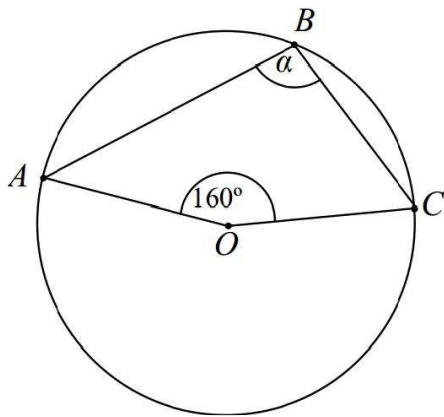
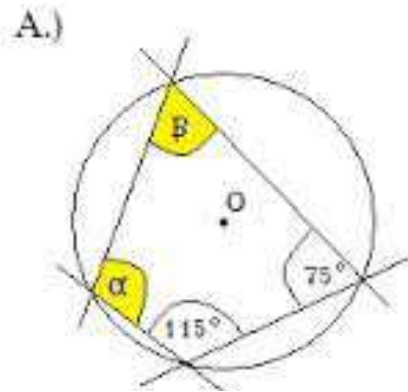
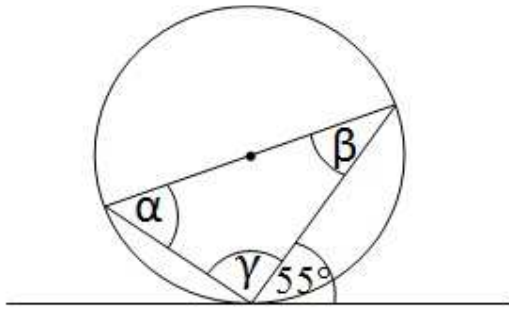
Zad9. Oblicz:

- a) 20% z liczby 80,
- b) zmniejsz liczbę 30 o 20%,
- c) 40% z 20 to x,
- d) Komputer kosztuje 1200zł netto. Ile będzie wynosiła jego cena brutto po doliczeniu 22% podatku VAT,
- e) Książka kosztuje 40zł. Jej cenę podniesiono o 20%. Z nową ceną nie sprzedawała się więc obniżono ją o 20%. Ile kosztuje teraz?
- f) Znajdź liczbę, która zmniejszona o 40% daje 120.

II. PLANIMETRIA I TRYGNOMETRIA.

Zad1. Oblicz kąty:





Zad2. Czy trójkąt ABC jest podobny do trójkąta POR gdy:

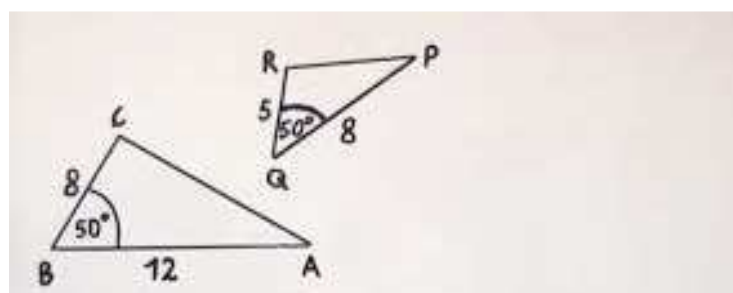
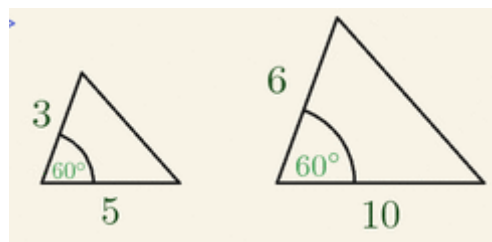
a) $|AB| = 6$, $|PO| = 14$,
 $|BC| = 12$, $|OR| = 24$,
 $|AC| = 7$, $|PR| = 18$,

b) $\sphericalangle A = 54^\circ$, $\sphericalangle P = 68^\circ$,
 $\sphericalangle B = 68^\circ$, $\sphericalangle O = 58^\circ$.

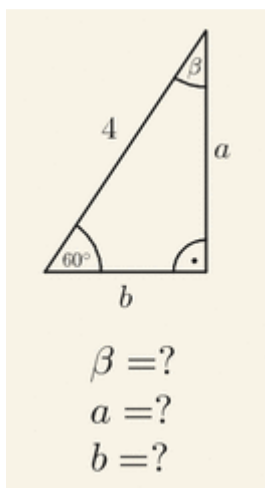
Zad3. Sprawdź, czy trójkąty o podanych długościach boków są podobne. Jeżeli tak, to podaj skalę podobieństwa.

- a) 4, 6, 8 oraz 12, 9, 6,
- b) 6, 9, 12 oraz 3, 2, 4,
- c) $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, 3 oraz $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, 1

Zad4. Sprawdź czy trójkąty są podobne

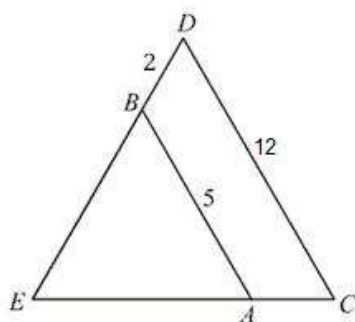


Zad5. Oblicz brakujące długości boków

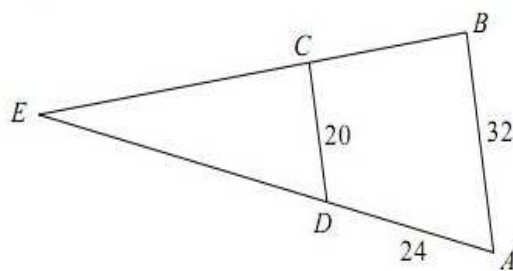


Zad6. Wyznacz długość odcinka DE wiedząc, że:

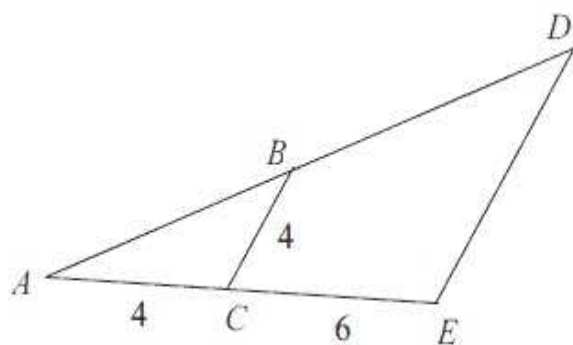
a) odcinki $AB \parallel CD$



b) odcinki $AB \parallel CD$



c) odcinki $CD \parallel DE$



Zad7. W trójkącie prostokątnym ABC kąt przy wierzchołku C wynosi 90° , wyznacz długości brakujących boków, gdy:

- a) $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ i $AB = 8\sqrt{3}$,
- b) $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ i $AB = 6\sqrt{3}$,
- c) $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ i $BC = 6\sqrt{2}$,
- d) $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ i $AB = 6$,
- e) $\sin \sphericalangle BAC = \frac{4}{5}$ i $AB = 10$,
- f) $\operatorname{tg} \sphericalangle BAC = \frac{3}{4}$ i $AC = 9$,
- g) $\cos \sphericalangle BAC = \frac{2}{3}$ i $AC = 6$.

Zad8. Wyznacz brakujące wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, gdy:

- a) $\sin \alpha = \frac{1}{5}$, b) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$, c) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, d) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
- e) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Zad9. Sprawdź, czy istnieje taki kąt ostry α , że:

- a) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ i $\sin \alpha = \frac{1}{5}$,
- b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$ i $\cos \alpha = \frac{1}{5}$,
- c) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ i $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$,
- d) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$.

Zad10. Sprawdź tożsamość:

- a) $\cos^2 \alpha \cdot (\operatorname{tg} \alpha + 1) = 1$,
- b) $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha} = 1 + \operatorname{tg} \alpha$,
- c) $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha} = 2$.

Zad11. Oblicz, nie korzystając z tablic ani z kalkulatora:

- a) $2 - \sin^2 10^\circ - \cos^2 10^\circ =$,
- b) $(\sin 28^\circ + \cos 28^\circ)^2 + (\sin 28^\circ - \cos 28^\circ)^2 =$,
- c) $\cos^2 81^\circ (1 + \operatorname{tg}^2 81^\circ) =$,
- d) $\frac{\sin 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ + \cos^2 60^\circ}{\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ} =$,

e) $\cos 120^\circ = ,$

f) $\sin 150^\circ = ,$

g) $\operatorname{tg} 120^\circ = ,$

h) $\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ = ,$

i) $\cos^2 15^\circ + \cos^2 105^\circ = .$

Zad12. Dany jest prostokąt o przekątnej długości 6 i kącie między przekątną a dłuższym bokiem 30° . Oblicz obwód tego prostokąta.

Zad13. Oblicz pole i obwód trapezu równoramiennego, którego krótsza podstawa ma długość 4, a ramię długości 6 tworzy z dłuższą podstawą kąt 30° .

Zad14. Wyznacz miary kątów w trójkącie prostokątnym, jeżeli tangens jednego z kątów ostrych jest dwa razy większy od sinusa tego kąta.

Zad15. Oblicz obwód trójkąta prostokątnego, którego przeciwprostokątna ma długość 10, a tangens jednego z kątów ostrych jest równy $\frac{1}{2}$.

Zad16. Oblicz pole trójkąta o bokach a i b oraz kącie zawartym między tymi bokami α ,
gdy:

a) $a = 12$ i $b = 6$ oraz $\alpha = 60^\circ$,

b) $a = 24$ i $b = 10$ oraz $\alpha = 45^\circ$.

Zad17. Oblicz pole równoległoboku o bokach 5 i 4 oraz kącie ostrym 45° .