

ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI
W KLASIE III TECHNIKUM.

I GEOMETRIA ANALITYCZNA

1. Równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej – powtórzenie
2. Wzajemne położenie dwóch prostych – powtórzenie
3. Odległość na płaszczyźnie
4. Środek odcinka
5. Geometria analityczna – zadania utrwalające
6. Punkty przecięcia paraboli i prostej

II. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY

1. Potęga o wykładniku całkowitym - powtórzenie
2. Potęga o wykładniku wymiernym
3. Funkcja wykładnicza, jej wykres i własności
4. Określenie pojęcia logarytmu
5. Obliczanie wartości logarytmów
6. Własności logarytmów

III. CIĄGI LICZBOWE

1. Określenie ciągu i sposoby jego przedstawiania
2. Własności ciągu
3. Ciąg arytmetyczny
4. Własności ciągu arytmetycznego
5. Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
6. Ciąg geometryczny
7. Własności ciągu arytmetycznego
8. Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
9. Procent składany. Oprocentowanie w bankach.

IV RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

1. Doświadczenie losowe i zbiór jego wyników.
2. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa.
3. Reguła mnożenia. Proste zadania kombinatoryczne.
4. Obliczanie prawdopodobieństwa .

„Naturalnie, że zdasz”.

I. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1. Przekształcić równanie prostej z postaci kierunkowej do postaci ogólnej
 - a) $y = 2x - 5$
 - b) $y = \frac{2}{3}x + 4$
 - c) $y = -\frac{2}{7}x + \frac{3}{14}$
 - d) $y = x - 3$

2. Przekształcić równanie prostej z postaci ogólnej do postaci kierunkowej
 - a) $x - 3y + 2 = 0$
 - b) $2x - y - 3 = 0$
 - c) $16x - 8y = 0$
 - d) $x + 2y - 4 = 0$

3. Wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej o podanym równaniu ogólnym
 - a) $x + y - 3 = 0$
 - b) $4x - y + 7 = 0$
 - c) $\sqrt{2}x - 5y + 7 = 0$

4. Które ćwiartki układu współrzędnych przecina prosta o podanym równaniu?
 - a) $2x - y - 1 = 0$
 - b) $-x + 3y + 3 = 0$
 - c) $x - 5y = 0$

5. Dla jakich wartości m prosta o podanym równaniu przecina pierwszą ćwiartkę układu współrzędnych?
 - a) $2x - y + m = 0$
 - b) $2x + 5y + 5m = 0$

6. Oblicz odległość punktu P od początku układu współrzędnych
 - a) $P = (-4, 3)$
 - b) $P = (2, -5)$
 - c) $P = (-3, -9)$

7. Oblicz odległość podanych punktów
 - a) $A = (3, 7)$ i $B = (11, 7)$
 - b) $A = (-2, 4)$ i $B = (5, 5)$
 - c) $M = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$ i $N = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

8. Oblicz obwód trójkąta ABC

a) $A = (3,1)$ $B = (4,3)$ $C = (-2,6)$

b) $A = (-2,-2)$ $B = (-1,-7)$ $C = (2,-5)$

c) $A = (-1,-1)$ $B = (-2,3)$ $C = (3,1)$

9. Wykaż, że czworokąt ABCD o wierzchołkach $A=(-2,-2)$, $B=(6,2)$, $C=(2,5)$, $D=(-4,2)$ jest trapezem prostokątnym. Oblicz obwód, pole oraz długości przekątnych tego trapezu.

10. Oblicz obwód trójkąta, którego boki zawierają się w prostych o podanych równaniach.

$$x - y = 0, \quad 2x + y - 3 = 0, \quad 3x + y - 7 = 0$$

11. Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach $G = (4,-3)$, $H = (-1,2)$, $L = (7,0)$ jest prostokątny i oblicz jego pole.

12. Oblicz współrzędne środka odcinka AB

a) $A = (2,3)$ i $B = (8,5)$

b) $A = (-1,4)$ i $B = (-3,-5)$

13. Punkt M jest środkiem odcinka AB. Wyznacz współrzędne punktu B

a) $A = (3,4)$ i $M = (1,7)$

b) $A = (-1,5)$ i $M = (0,1)$

c) $A = (4,-16)$ i $M = (-3,-8)$

14. Napisz równanie symetralnej odcinka AB, wiedząc, że $A = (-1,2)$ i $B = (3,6)$

II. FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY

1. Oblicz wartość wyrażenia:

a) $\frac{4^3 \cdot 36^2}{4^4 \cdot 2 \cdot 3^4} - \frac{2^7 \cdot 3^4}{6^5}$

e) $\frac{(0,5)^{\frac{2}{3}} \cdot 16^{-\frac{4}{3}}}{2^{-3}}$

b) $\frac{5^{\frac{1}{2}} \cdot 25^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{25}}{125^{-1} \cdot \sqrt[6]{5^3}}$

f) $\frac{2^{1,5} \cdot 9^{\frac{1}{4}}}{\left(\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 27^{0,5}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{15} \cdot (2^3 \cdot \sqrt{15})^2}{2^4 \cdot \sqrt[3]{5}}$

g) $\sqrt{2\sqrt{2}}$

d) $\left(\left(\frac{4}{7}\right)^{-\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot \left(\frac{16}{49}\right)^{-\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{4}}$

2. Oblicz wartość wyrażenia:

a) $10^{\log 2} + 5^{\log_5 2}$,

e) $\log_{25} 5$

b) $\log_3 6 + \log_3 18 - 2 \log_3 2$

f) $\log_8 2$

c) $\log_2 24 - \log_2 3$

g) $\log_{\frac{2}{5}} \frac{25}{4}$

d) $\log_{20} 5 + 2 \log_{20} 2$

h) $\log_{\frac{1}{2}} 2^{-4}$

3. Oblicz wartość funkcji danej wzorem $f(x) = 3^{x-2} + 1$ dla argumentu:

a) $x = 1$, b) $x = -1$

c) $x = 0$, d) $x = \frac{1}{2}$

4. Dla jakiego argumentu funkcja $f(x) = (\sqrt{3})^x$ osiąga wartość 3?

5. Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} + 1$. Podaj jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe oraz określ monotoniczność.

6. Naszkicuj wykres funkcji $y = 2^x$, następnie przesuń go o jedną jednostkę w lewo i jedną jednostkę w dół. Napisz wzór funkcji powstałej w wyniku przesunięcia wykresu funkcji f oraz określ dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości ujemne.

7. Dla jakich wartości parametru m równanie $2^x - 3 = m$ ma dokładnie jedno rozwiązanie?

8. Rozwiąż równanie:

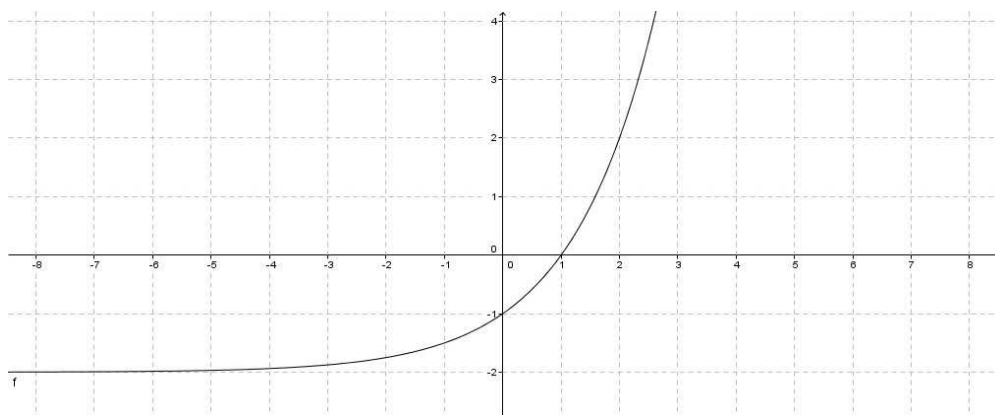
a) $\log_{\sqrt{5}} x = 2$, b) $\log_3 x = \frac{1}{2}$

d) $\log_2 x = -6$, d) $\log x = 3$

9. Do wykresu funkcji f określonej wzorem $f(x) = a^x$, gdzie $a \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ należy punkt(3, 8). Podaj wzór tej funkcji.

10. Do wykresu funkcji f określonej wzorem $f(x) = a^x$, gdzie $a \in (0, 1) \cup (1, \infty)$ należy punkt $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Podaj wzór tej funkcji.

11. Dany jest wykres funkcji $f(x) = 2^x - 2$. Podaj jej zbiór wartości oraz rozwiązanie nierówności $f(x) > 2$.



III. CIĄGI LICZBOWE

1. Oblicz piąty wyraz ciągu określonego wzorem

a) $a_n = \frac{2n-10}{n+1}$

b) $a_n = \frac{1}{3n+1}$

c) $a_n = n^2 + 3n + 1$

d) $a_n = \sqrt{20+n}$

2. Który wyraz ciągu określonego wzorem $a_n = \frac{n-2}{n+3}$

a) jest równy $-\frac{1}{4}$?

b) jest równy 0?

3. Które wyrazy ciągu (a_n) określonego wzorem $a_n = n^2 - 8n + 15$ są równe zero?
4. Ile ujemnych wyrazów ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 8n + 15$?
5. Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , w którym $a_7 = 1$, $a_{11} = 9$.
6. Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , w którym $a_3 = 7$, $a_6 = 13$.
7. W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_3 = 1$ oraz $a_6 = \frac{1}{64}$. Wówczas a_1 i q wynosi?
8. W ciągu geometrycznym (a_n) dane są $a_6 = \frac{1}{64}$ oraz $q = \frac{1}{4}$. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
9. Oblicz sumę pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o wyrazie ogólnym $a_n = 6 \cdot (-3)^{n-1}$.

10. Oblicz sumę trzech początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o wyrazie ogólnym $a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$.
11. Oblicz wartość sumy $21 + 22 + \dots + 49$.
12. Oblicz wartość sumy $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 61$.
13. Oblicz sumę dziewięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) , w którym $a_1 = 2, r = \frac{1}{2}$.
14. Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym $a_1 = 3, r = 1$. Oblicz
- sumę początkowych pięćdziesięciu wyrazów
 - sumę wyrazów od a_{10} do a_{30} .
15. Oblicz sumę dziesięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym $a_1 = 3, q = -\sqrt{2}$.
16. Liczby $x, y, 19$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym $x + y = 8$. Oblicz x, y .
17. Suma $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ początkowych n wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) określona jest wzorem $S_n = n^2 - 2n$ dla $n \geq 1$. Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.
18. Sprawdź, czy ciąg o wzorze ogólnym $a_n = 2n + 1$ jest ciągiem arytmetycznym.
19. Sprawdź, czy ciąg o wzorze ogólnym $a_n = (\sqrt{3})^n$ jest ciągiem geometrycznym.
20. Dla jakich wartości x liczby $x - 3, x + 1, 4x - 2$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego?
21. Dla jakich wartości x liczby $4x^2 - 1, 6x + 1, x^2 + 7$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego?
22. Dla jakich wartości $x \in \mathbb{N}$ liczby $x + 1, 4x + 1, 10x + 7$ tworzą ciąg geometryczny?
23. Dla jakich wartości m liczby postaci $2m - 1, 3m, m^2 + 1$ (w podanej kolejności) tworzą ciąg arytmetyczny?
24. Zbadaj monotoniczność ciągu (a_n) o wzorze ogólnym:
- $a_n = 3n - 10$
 - $a_n = -n^2 + 4n + 2$
25. Ciąg $(12, x, y)$ jest arytmetyczny, zaś ciąg $(12, y, x)$ jest geometryczny. Wyznacz x, y .
26. Marek wpłacił do banku 2000zł na lokatę oprocentowaną 4% w skali roku. Oblicz stan konta Marka po upływie 3 lat, jeżeli bank oferuje kapitalizację roczną.
27. Jaką kwotę należy wpłacić na lokatę oprocentowaną 1% w skali roku, aby po trzech latach oszczędzania wypłacić 3000 zł, jeśli kapitalizacja odsetek następuje po roku? Czy jest to opłacalne?

28. Składamy 1000zł w banku oferującym 20% rocznie z roczną kapitalizacją. Po ilu latach kwota oszczędności przekroczy 2000zł?
29. Cezary wpłacił do banku 3000 zł. Oprocentowanie wynosi 6% rocznie, a kapitalizacja odsetek następuje co kwartał. Ile pieniędzy będzie miał Cezary po roku oszczędzania?
30. Mateusz uczył się słówek z języka obcego. Zaczął od 40 i każdego następnego dnia zmniejszał liczbę słówek o 2. Czy w ten sposób opanował 300 słówek? Jeśli tak, to po ilu dniach?
31. W każdym z 8 wielkich pudełek jest 8 dużych pudełek. W każdym dużym pudełku jest 8 średnich pudełek. W każdym średnim pudełku jest 8 małych pudełek, a w każdym, małym pudełku jest 8 malutkich pudełek. Ile jest wszystkich pudełek ?

IV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA I STATYSTYKA

1. Oblicz, ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, jest dokładnie jedna cyfra 7 i dokładnie jedna cyfra parzysta.
2. Oblicz, ile jest liczb trzycyfrowych, których wszystkie cyfry są różnymi liczbami parzystymi?
3. Oblicz, ile jest podzielnych przez 5 liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach.
4. Oblicz, ile jest czterocyfrowych liczb. w których żadna cyfra się nie powtarza, zaczynających się od 1, 3 lub 7.
5. Do pustej sali kinowej weszły 4 osoby. Na ile sposobów mogą zająć miejsca, jeżeli wszystkich foteli jest w tym kinie 180?
6. Agata chce w czasie ferii obejrzeć 5 spośród 7 interesujących ją filmów. Na ile sposobów może wybrać filmy i ułożyć harmonogram oglądania?
7. Ela chciała zatelefonować do Ali, ale pamiętała tylko pierwsze cztery cyfry siedmiocyfrowego numeru. Jaką największą liczbę numerów musiałaby wypróbować, aby połączyć się z koleżanką?
8. Na ile sposobów można ulokować 3 pasażerów w 7 wagonach, tak aby każdy z nich był w innym wagonie?
9. Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że w pierwszym rzucie otrzymamy parzystą liczbę oczek i iloczyn liczb oczek w obu rzutach będzie podzielny przez 12.

- 10.** Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania liczb, których suma jest podzielna przez 3.
- 11.** Z talii 52 kart losujemy kolejno dwie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że pierwszą wylosowaną kartą będzie as, a drugą dama.
- 12.** Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch białych kul z urny zawierającej 3 kule białe i 2 czarne, jeśli losujemy dwie kule bez zwracania.
- 13.** Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch białych kul z urny zawierającej 3 kule białe i 2 czarne, jeśli losujemy dwie kule ze zwracaniem.
- 14.** Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w trzech rzutach monetą.
- 15.** Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej raz orła w dwóch rzutach monetą.