

ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI
W KLASIE II TECHNIKUM.

I. Funkcje.

1. Pojęcie funkcji i jej dziedzina.
2. Zbiór wartości funkcji.
3. Wykres funkcji liczbowej i odczytywanie jej własności z wykresu – dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, wartości ekstremalne oraz argumenty dla których wartość funkcji jest dodatnia (ujemna)
4. Przesunięcie wartości funkcji, wyznaczanie wzoru funkcji $y = f(x - p) + q$.
5. Przekształcanie wykresów funkcji przez symetrię.

II. Funkcja liniowa.

1. Funkcja liniowa i jej wykres.
2. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.
3. Równanie kierunkowe i ogólne prostej.
4. Geometryczna interpretacja układów równań liniowych.
5. Wzajemne położenie dwóch prostych.
6. Warunek równoległości i prostokątności prostych.

III. Funkcja kwadratowa.

1. Funkcja kwadratowa i jej własności.
2. Postać kanoniczna, iloczynowa i ogólna – wyznaczanie poszczególnych postaci funkcji kwadratowej.
3. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej.
4. Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej i odczytywanie z wykresu własności.
5. Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej w przedziale.
6. Równania kwadratowe.
7. Nierówności kwadratowe.
8. Równania prowadzące do równań kwadratowych – równania wymierne.

„Naturalnie, że zdasz”.

I. FUNKCJE.

Zad1. Oblicz $f(-3)$, $f(2)$, $f(1,5)$, $f(\sqrt{3})$, jeżeli:

$$f(x) = 2x + 4; f(x) = -6x + 5; f(x) = 3x^2 - 6x - 2; f(x) = \frac{6}{x} - 2x + 1.$$

Zad2. Sporządź tabelkę dla funkcji

a) $f(x) = -x + 5$ dla $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$,

b) $f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$ dla $x \in \{0, 1, 2, 3\}$,

c) $f(x) = 2^{x+1}$ dla $x \in \{0, 1, 2, 3\}$.

Zad3. Wyznacz dziedzinę funkcji

a) $f(x) = x^2 - 4x - 3$, b) $f(x) = 3x + 5$, c) $f(x) = \frac{2x-4}{3x+6}$, d) $f(x) = \frac{3x+4}{x}$,

e) $f(x) = \sqrt{4x-8}$, f) $f(x) = \sqrt{-3x+12}$, g) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$,

h) $f(x) = \sqrt{x-4}$, i) $f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{x+1}$, j) $f(x) = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$, k) $f(x) = \frac{4x-6}{x^2-4x+3}$.

Zad4. Wyznacz zbiór wartości funkcji

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ dla $x \in \{-2, 0, 3\}$,

b) $f(x) = \frac{2}{x}$ dla $x \in \{-2, 1, 3\}$,

c) $f(x) = 3\sqrt{x} - 1$ dla $x \in \{1, 4, 9\}$.

Zad5. Dana jest funkcja $y = f(x)$ oraz jej zbiór wartości. Wyznacz dziedzinę tej funkcji

a) $f(x) = -3x + 4$ dla $x \in \{-3, 0, 4\}$,

b) $f(x) = \frac{9}{x}$ dla $x \in \{-3, 3, 9\}$,

c) $f(x) = -2x^2 + 4x - 5$ dla $x \in \{-1, -2, 0, 3\}$.

Zad6. Wyznacz miejsca zerowe funkcji w podanej dziedzinie

a) $f(x) = 3x - 9$, $D = R$,

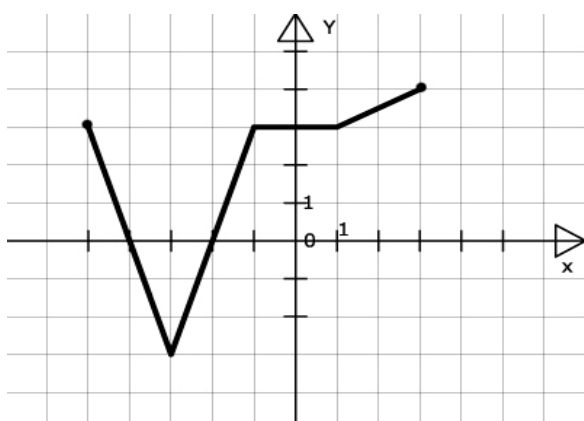
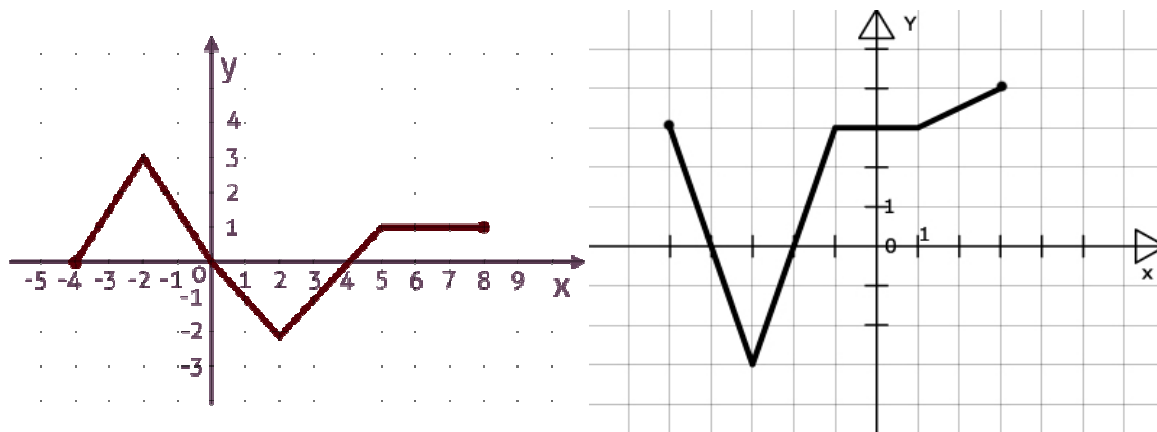
b) $f(x) = -4x - 12$, $D = N$,

c) $f(x) = 0,5x - 1,5$, $x \in (1,6)$,

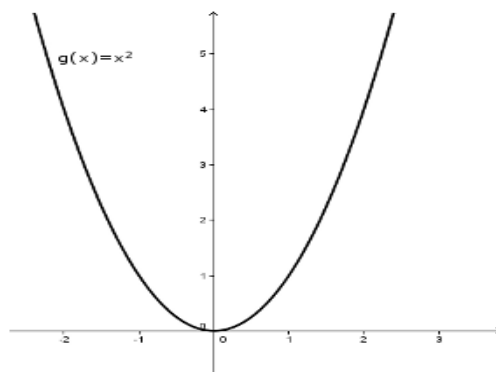
d) $f(x) = 5(x-3)(2x+6)$ dla $x \in (-1,5)$,

e) $f(x) = \frac{x+6}{\sqrt{x}}$, ustal dziedzinę.

Zad7. Na podstawie wykresu określ: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, argumenty dla których wartość funkcji jest dodatnia(ujemna), wartości ekstremalne



Zad8. Mając wykres funkcji $y = f(x)$, narysuj wykresy funkcji



- a) $y = f(x + 3)$,
- b) $y = f(x - 2)$,
- c) $y = -f(x) + 3$,
- d) $y = f(x + 4) - 1$.

Zad9. Na jednym układzie współrzędnych narysuj wykresy funkcji

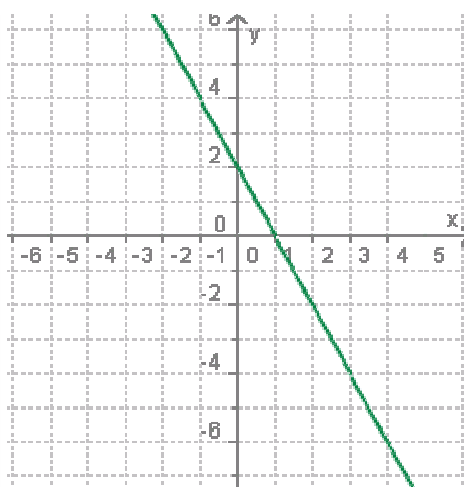
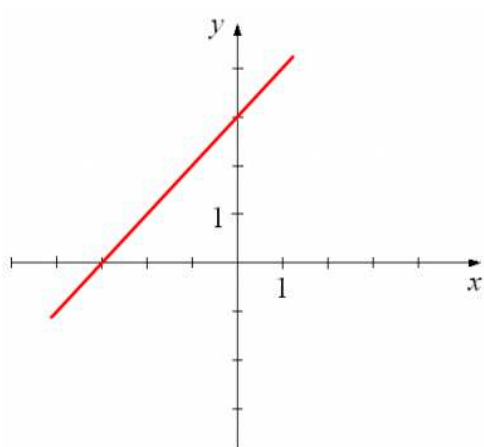
a) $y = \sqrt{x}$ i $y = \sqrt{x-2} + 3$, b) $y = 2x^2$ i $y = 2x^2 - 3$, c) $y = \frac{1}{x}$ i $y = \frac{1}{x+3}$.

II. FUNKCJA LINIOWA.

Zad1. Narysuj wykres funkcji i opisz jej własności

a) $y = -2x + 1$, b) $y = \frac{2}{3}x + 6$, c) $y = \sqrt{2}x + \sqrt{2}$.

Zad2. Dany jest wykres funkcji liniowej, podaj jej wzór



Zad3. Dla jakich wartości m funkcja $f(x)$ jest rosnąca, malejąca oraz stała

a) $f(x) = (m - 2)x + 4$, b) $f(x) = (-2m + 4)x - m$,

c) $f(x) = \left(2\frac{1}{3}m - 7\right)x + 5\frac{1}{7}$, d) $f(x) = (\sqrt{3}m - 6)x$.

Zad4. Wyznacz miejsca zerowe funkcji

a) $f(x) = 5x - 6$, b) $f(x) = -0,75x + 15$, c) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 6$.

Zad5. Dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne)

a) $f(x) = -3x - 5$, b) $f(x) = -1,2x - 12$, c) $f(x) = \sqrt{3}x - 12$.

Zad6. Napisz wzór funkcji, której wykres jest równoległy (prostopadły) do wykresu funkcji $y = f(x)$ i przechodzący przez punkt P

a) $f(x) = 0,5x - 4$, $P(0, -1)$,

b) $f(x) = -0,2x + 2, P(5,2),$

c) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 8, P(1, \frac{1}{3}).$

Zad7. Dla jakich wartości m wykresy funkcji są równoległe (prostopadłe)

a) $f(x) = (m - 1)x - 7$ i $g(x) = -3x + 2,$

b) $f(x) = 3(m - 2)x + 11$ i $g(x) = 6x + 1.$

Zad8. Wyznacz współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych

a) $y = 3x - 9,$ b) $2x - y - 2 = 0,$ c) $x - 4y - 4 = 0.$

Zad9. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty

a) $(2, 4)$ i $(-5, 4),$ b) $(-2, \frac{1}{2})$ i $(3, -1)$

Zad10. Sprawdź, czy dane punkty są współliniowe: $A(2,0)$ $B(1,2)$ $C(4,8).$

Zad11. Dla jakich wartości m punkt A leży na prostej l

a) $l: y = 5x + 3$ i $A(m, 3m)$

b) $l: y = 7x - 1$ i $A(m + 1, 13).$

Zad12. Rozwiąż układ metodą algebraiczną i graficzną

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - y = 2 \\ x + 2x = 14 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$.

III. FUNKCJA KWADRATOWA.

Zad1. Dla jakich wartości a do wykresu funkcji $y = f(x)$ należy punkt P ?

a) $y = 3x^2, P(1, a - 2),$ b) $y = \frac{1}{2}x^2, P(-2, 3a + 1),$ c) $y = x^2, P(a + 1, 6a + 5).$

Zad2. Sprowadź do postaci kanonicznej

a) $y = 2x^2 - x + 3,$ b) $y = -x^2 + 4x - 5,$ c) $y = 3(x + 4)(x - 1).$

Zad3. Sprowadź do postaci ogólnej

a) $y = 2(x + 3)^2 - 4,$ b) $y = -4(x - 2)^2 + 1,$ c) $y = -3(x + 4)(x - 2).$

Zad4. Podaj zbiór wartości funkcji, przedziały monotoniczności oraz równanie osi symetrii wykresu

a) $y = 3(x - 5)^2 + 2$, b) $y = -(x + 3)^2$, c) $y = 0,2(x - 2)^2 - 3$,
d) $y = -2x^2 - 3$.

Zad5. Przedstaw podane funkcje w postaci iloczynowej (jeżeli istnieje)

a) $y = x^2 + 6x + 9$, b) $y = -3x^2 + 4x + 4$, c) $y = -x^2 + 2x - 3$.

Zad6. Wyznacz wartość najmniejszą i największą funkcji w podanym przedziale

a) $f(x) = 2x^2 - 16x + 25$ $x \in < 2; 5 >$, $x \in < -4; 0 >$, $x \in < -2; 1 >$,
b) $f(x) = -x^2 - 2x + 2$ $x \in < 0; 5 >$, $x \in < 3; 5 >$, $x \in < 2; \infty >$.

Zad7. Wykresem funkcji kwadratowej $y = 0,5x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku $W(-4, -1)$. Wyznacz b i c .

Zad8. Rozwiąż równania:

a) $x^2 + 8x + 7 = 0$, b) $6x^2 - 5x + 1 = 0$, c) $2x^2 + 4x = 0$, d) $4x^2 - 9 = 0$,
e) $-3(x + 4)(x - 5) = 0$, f) $4x^2 - 4x + 1 = 0$, g) $(3x - 2)^2 = 8(x + 1)^2 - 100$.

Zad9. Rozwiąż nierówność

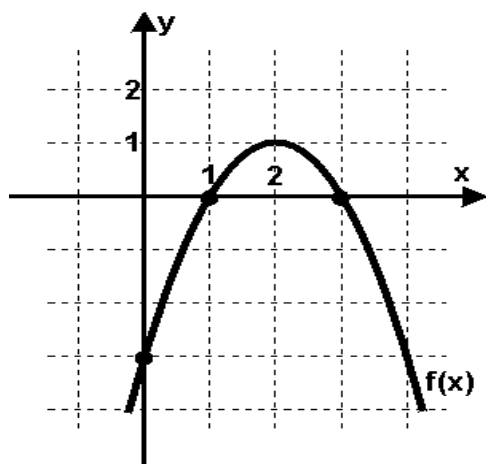
a) $x^2 - 2x - 3 > 0$, b) $-x^2 + 10x - 25 \leq 0$, c) $-0,75x^2 + 3x \leq 0$, d) $x^2 > 9$,
e) $2x^2 + 3x + 4 > 0$, f) $x^2 - x - \frac{1}{4} \leq 0$, g) $2x^2 - 24 < 0$.

Zad10. Rozwiąż równania wymierne, ustalając wcześniej dziedzinę

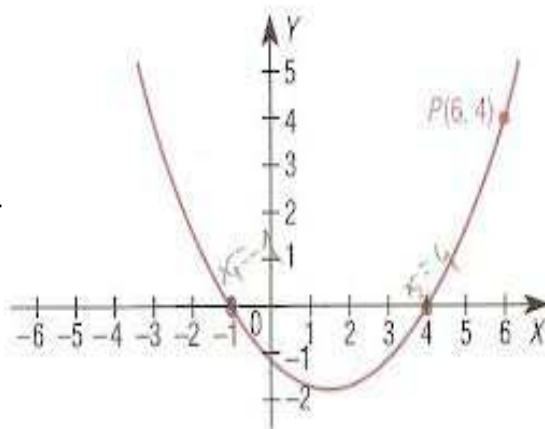
a) $\frac{5}{x+4} = 1$,
b) $\frac{2x-1}{6-7x} = \frac{1}{4}$,
c) $\frac{1-2x}{x} = 3x$,
d) $8 - \frac{5x-10}{x} = x$,
e) $\frac{2}{x-5} - \frac{4}{x-6} = 0$,
f) $\frac{x+3}{3-x} = \frac{x}{x-1}$.

Zad11. Mając wykres funkcji, wyznacz jej wzór w postaci $y = ax^2 + bx + c$

a)



b)



Zad12. Suma kwadratów trzech kolejnych liczb nieparzystych jest równa 155. Wyznacz te liczby.

Zad13. Gdyby średnią prędkość pociągu zwiększyć o 9 km/h, to czas przejazdu na dystansie skróciłby się o 40 minut. Oblicz prędkość tego pociągu. *Odp. 45 km/h.*